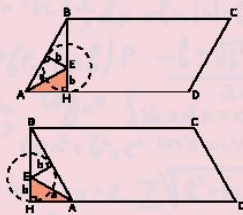


چطور رسم کنیم؟ ترفندی برای رسیدن به متوازی الاضلاع

فاطمه معین‌الدینی

(شکل ۱). متوازی الاضلاع ABCD را
 مسئله است.



شکل ۱

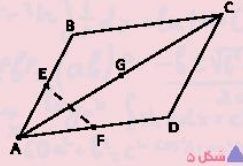
متوازی الاضلاع ABCD را
 رسم کنید.

حل: مثلث قائم‌الزاویه EAH را با داشتن این
 اطلاعات ($a > b\sqrt{2}$, $EA = a$, $EH = b$)
 رسم می‌کنیم. از A مماسی بر دایره به
 مرکز T و به شعاع b رسم می‌کنیم تا امتداد
 HE را در B قطع کند. D را روی امتداد
 AH (یا HA) چنان اختیار می‌کنیم که
 ارتفاع BH مثلث نقطه E است. با فرض
 آنکه: $AE = a$ و $4AH = AD$ و فاصله
 E از دو ضلع AB و AD برابر با b باشد

یا عرض تبریک سال ۱۴۰۱ به شما
 دانش‌موزان و اینکه برایتان بهترین‌ها را
 آرزو داریم، هفتمین قسمت «چطور رسم
 کنیم؟» را به طرز رسم «متوازی الاضلاع»
 در چند حالت خاص پیگیری می‌کنیم.
 امیدواریم که این مجموعه هشت قسمتی
 مورد توجه شما عزیزان قرار گرفته باشد.

۱ در متوازی الاضلاع ABCD (شکل ۱)،
 ارتفاع BH مثلث نقطه E است. با فرض
 آنکه: $AE = a$ و $4AH = AD$ و فاصله
 E از دو ضلع AB و AD برابر با b باشد

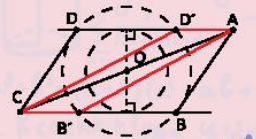
F, E و G، محل تلاقی دو قطر باشد. از G به وسط پاره خط EF وصل می کنیم و به همان اندازه امتداد می دهیم تا به A برسیم. از A به E وصل می کنیم و به اندازه خودش امتداد می دهیم تا به B برسیم، همچنین از A به F وصل می کنیم و به همان اندازه امتداد می دهیم تا به D برسیم. AG را از سمت G به همان اندازه امتداد می دهیم تا رأس C پدید آید. (شکل ۵). ABCD یکی از سه جواب مسئله است. (اگر E و B یار دیگر F را محل تلاقی دو قطر فرض کنیم، دو جواب دیگر نیز پدید می آید).



شکل ۵

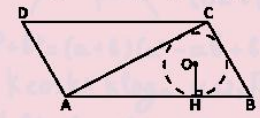
یک متوازی الاضلاع رسم کنید که اندازه دو قطر و یکی از ارتفاع های آن معلوم باشد.

حل: پاره خط AC (قطر بزرگ) را رسم می کنیم و وسط آن را O می نامیم. دو دایره به مرکز O و به شعاع های $\frac{BD}{2}$ (تصف قطر کوچک) و $\frac{h}{2}$ (تصف ارتفاع داده شده) رسم می کنیم. از A و C بر دایره کوچک مماس رسم می کنیم تا دایره بزرگ را در تقاطع های D, D' و B, B' قطع کنند. دو متوازی الاضلاع ABCD و A'B'C'D' متوازی الاضلاع هستند. (شکل ۶).



شکل ۶

تا یکدیگر را در D قطع کنند. ABCD متوازی الاضلاع مطلوب است (شکل ۳).

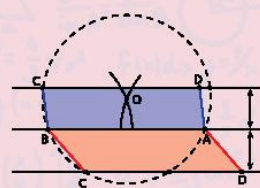


شکل ۳

از متوازی الاضلاع ABCD، دو رأس A و B و اندازه شعاع دایره محیطی مثلث ABC، یعنی R را داریم. اگر بدانیم ارتفاع وارد بر ضلع AB، نصف شعاع است $(h = \frac{R}{2})$ ، متوازی الاضلاع را رسم کنید.

حل: دو دایره به مرکز A و به مرکز B یا شعاع R یکدیگر را در O (مرکز دایره محیطی مثلث ABC) قطع می کنند. دایره به مرکز O و به شعاع R را رسم می کنیم. دو خط به موازات AB و به فاصله h از آن رسم می کنیم. تقاطع تلاقی با دایره همان رأس C از متوازی الاضلاع است. با رسم خط های موازی از A به موازات BC و از C به موازات AB، رأس D نیز به دست می آید (شکل ۴).

مسئله حداکثر چهار جواب متمایز خواهد داشت.



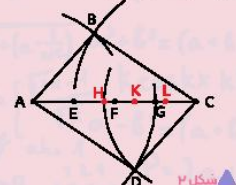
شکل ۴

متوازی الاضلاع ABCD را رسم کنید، طوری که تقاطع میانی دو ضلع مجاور و محل تلاقی قطر ها معلوم باشند.

حل: فرض کنیم G از سه تقاطع داده شده

متوازی الاضلاع ABCD را رسم کنید، به طوری که نسبت قطر AC به ضلع BC ۴ به ۳ و نسبت ضلع BC به ضلع CD نیز ۴ به ۳ باشد.

حل: ابتدا یک پاره خط دلخواه به نام AC رسم می کنیم. به کمک خط کش و پرگار آن پاره خط را به چهار قسمت مساوی تقسیم می کنیم. $(AE=EF=FG=GC)$. سپس پاره خط EC را نیز به چهار قسمت مساوی تقسیم می کنیم $(EH=HK=KL=LC)$. دایره ای به مرکز A به شعاع AG $(AG = \frac{1}{4}AC)$ ، دایره ای به مرکز C و به شعاع CH $(CH = \frac{1}{4}CE = \frac{1}{4}BC)$ ، در نقطه D قطع می کند. دایره به مرکز C و به شعاع AG، دایره ای به مرکز A و به شعاع CH را در نقطه B قطع می کند. چهار ضلعی ABCD همان متوازی الاضلاع مورد نظر است (شکل ۲).

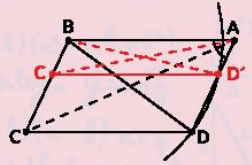


شکل ۲

از متوازی الاضلاع ABCD، دو رأس A و B و مرکز دایره محیطی داخلی مثلث ABC معلوم است. طرز رسم متوازی الاضلاع را بنویسید.

حل: پاره خط AB را رسم می کنیم. از O (مرکز دایره محیطی داخلی مثلث ABC) عمودی بر AB رسم و پای عمود را H می نامیم. دایره ای به مرکز O به شعاع OH را در نظر می گیریم. تقاطع تلاقی مماس های رسم شده از A و B نسبت به دایره را، C می نامیم. از A به موازات BC و از C به موازات AB خط هایی رسم می کنیم

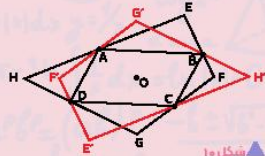
سؤال: در چه صورت مسئله جواب یکتا دارد؟



شکل ۹

۱۰ روی ضلع‌های چهار ضلعی نامشخص EFGH، رأس‌های متوازی‌الاضلاع ABCD قرار داشتند، لذا ضلع‌ها و رأس‌های متوازی‌الاضلاع پاک شدند و فقط مرکز تقاطع دو قطر آن (مرکز تقارن متوازی‌الاضلاع) باقی مانده است. طرز رسم مجدد متوازی‌الاضلاع را بنویسید؟

حل: قرینه چهار ضلعی دلخواه EFGH را نسبت به نقطه معلوم O (محل تلاقی قطرهای متوازی‌الاضلاع) E'F'G'H' می‌نامیم. نقطه‌های تلاقی چهار ضلعی EFGH با E'F'G'H' را A, B, C, D و C, B, A, D می‌نامیم. چون A و C و همچنین B و D نسبت به O قرینه یکدیگرند، پس ABCD همان متوازی‌الاضلاع موردنظر است (شکل ۱۰)



شکل ۱۰



برای دیدن مراحل حل مسأله‌ها رمزینره را اسکن کنید.

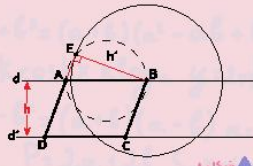
۷ یک متوازی‌الاضلاع رسم کنید که رأس A به M و N وصل می‌کنیم و به آن نقطه میانی به نامهای M و N از آن معلوم باشند.

شکل ۷ د

۸ متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که اندازه دو ارتفاع و اندازه یک ضلع آن معلوم باشد.

حل: ابتدا دو خط موازی d و d' را به فاصله h (اندازه یکی از ارتفاع‌ها) رسم می‌کنیم و روی خط d، پاره‌خط AB را (ضلع معلوم) مشخص می‌کنیم. دایره‌ای به مرکز B و به شعاع h' (ارتفاع دیگر متوازی‌الاضلاع) رسم می‌کنیم تا دایره به قطر AB را در E قطع کند.

امتداد EA خط d' را در D قطع می‌کند. از B به موازات AD خطی رسم می‌کنیم تا d' را در C قطع کند. متوازی‌الاضلاع ABCD جواب مسئله است. (شکل ۸)



شکل ۸

۹ متوازی‌الاضلاع ABCD را در حالتی که اندازه ضلع AB و زاویه A و قطر BD معلوم باشد، رسم کنید.

حل: ابتدا زاویه معلوم A را رسم می‌کنیم و روی ضلعی از آن، به اندازه ضلع AB جدا می‌کنیم. دایره‌ای به مرکز B و به شعاع BD (قطر معلوم) رسم می‌کنیم تا ضلع دیگر زاویه A را در D قطع کند. از A به وسط BD وصل می‌کنیم و همان اندازه امتداد می‌دهیم تا نقطه C به دست آید. متوازی‌الاضلاع ABCD (حداکثر دو تا) جواب مسئله است (شکل ۹).

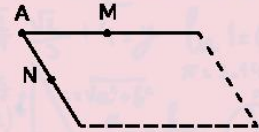
حل: الف) از A به M و N وصل می‌کنیم و به همان اندازه امتداد می‌دهیم و ... (شکل ۷ الف)

ب) از A به K (وسط MN) وصل می‌کنیم و به اندازه $\frac{AK}{2}$ امتداد می‌دهیم تا به نقطه C برسیم و ... (شکل ۷ ب)

ج) از A به M وصل می‌کنیم و به همان اندازه امتداد می‌دهیم تا به B برسیم. از A و B به موازات MN رسم می‌کنیم و ... (شکل ۷ ج)

د) از A به M وصل می‌کنیم و همان اندازه امتداد می‌دهیم تا به B برسیم. از B نیز به N وصل می‌کنیم و به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا ... (شکل ۷ د)

شکل ۷ الف



شکل ۷ ب



شکل ۷ ج

